

Jeffery-Williams Prize

Robert McCann



Prix Jeffery-Williams

Robert McCann

Dr. McCann is at the forefront of the new development of the theory of optimal transportation. At first sight, problems related to transportation may appear simple, yet the recent work of Dr. McCann has impact in geometry, analysis, dynamics, partial differential equations, economics, weather prediction and computer vision.

McCann, together with his collaborators and peers worldwide, has led a renaissance in the theory of optimal transportation, helping to transform it into one of the most vibrant and exciting areas in mathematics today.

One of McCann's seminal contributions was his discovery linking optimal transport to the fundamental geometric notions of curvature--sectional, Ricci and mean. Sectional curvature compares the median of each triangle in a given space to one in a model space, such as the Euclidean plane or sphere; in Einstein's relativistic theory of gravity it represents the local strength of the tidal force. Ricci curvature represents

Docteur McCann fait figure de proue du nouveau développement de la théorie du transport optimal. À première vue, les problèmes liés au transport peuvent paraître simples, mais le travail récent du Dr McCann a eu des effets en géométrie, en analyse, en dynamique et sur les équations différentielles partielles, l'économie, les prévisions météorologiques et la vision informatique.

Monsieur McCann, en collaboration avec ses collègues et ses pairs du monde entier, a lancé une véritable renaissance dans la théorie du transport optimal, ce qui a contribué ainsi à transformer cette composante des mathématiques en un des domaines les plus dynamiques et excitants de la mathématiques de nos jours.

Une des contributions cruciales de M. McCann a été sa découverte liant le transport optimal aux notions géométriques fondamentales de la courbure--sectionnelle, Ricci et médiane. La courbure sectionnelle compare la médiane de chaque triangle dans un espace donné à celle d'un se trouvant dans un espace modèle, comme le plan ou la sphère euclidienne; dans la théorie relativiste de la gravité

the average sectional curvature of all triangles sharing a given side; it detects the local presence of matter or energy in Einstein's theory. Mean curvature measures how much one space bends inside another; it is proportional to the pressure difference across a soap film. Although originally motivated by quite different goals, McCann's work links transportation to all three. In his dissertation and subsequent work, he used optimal transportation to define a new notion of midpoint between the distributions of supply and demand, relative to a specific cost. He quantified how the complexity of this middle state is controlled not only by that of the initial and final states, but also by the geometry of the region separating them. In smooth regions, his estimates are equivalent to a lower bound on the Ricci curvature; in a physical context, they can be used to detect the presence or absence of matter. But unlike more traditional ideas of curvature, McCann's inequalities can be formulated equally well in spaces that are not smooth (such as polyhedral surfaces or singular limits), leading to the resolution of a major geometric problem and to a host of related

inequalities, some new and others classical (for example, a sharp bound on the volume enclosed by a given surface area). The whole subject of geometric inequalities is being rethought within this unifying framework. For example, McCann's work in collaboration with Topping has been used to simplify Perelman's proof of the Poincaré and geometrization conjectures, the most celebrated mathematical achievement of the new millennium.

McCann's contributions have been recognized by the Monroe H. Martin Prize of the Institute for Physical Science and Technology, University of Maryland (2001), the CoxeterJames Prize of the Canadian Mathematical Society (2005), and election to the Royal Society of Canada (2014). His work has appeared in almost all of the best international journals, including *Acta Mathematica*, *Annals of Mathematics*, *Inventiones Mathematicae*, *Journal of the AMS* and more.

d'Einstein elle représente la puissance locale de la force tidale. La courbure de Ricci représente la courbure sectionnelle moyenne de tous les triangles partageant un côté donné; elle détecte la présence locale de matière ou d'énergie dans la théorie d'Einstein. La courbure médiane mesure le degré de courbure d'un espace à l'intérieur d'un autre; elle est proportionnelle à la différence de pression sur un film de savon. Bien qu'il ait été motivé par des visées bien différentes, M. McCann a pu lier par son travail le transport aux trois notions ci-dessus. Dans sa dissertation et son travail subséquent, il a utilisé le transport optimal pour définir une nouvelle notion de mi-chemin entre les répartitions de l'offre et de la demande par rapport à un coût particulier. Il a quantifié en quoi la complexité de cet état mitoyen est régi non seulement par les états initiaux et finals, mais aussi par la géométrie de la région qui les sépare. Dans des régions lisses, ses estimations sont équivalentes à une limite plus basse de la courbure de Ricci; dans un contexte physique, elles peuvent servir à déceler la présence ou l'absence de matière. Mais contrairement aux idées plus traditionnelles de la courbature, les inégalités de McCann peuvent être formulées aussi bien dans des

espaces qui ne sont pas lisses (tels que des surfaces polyèdres ou des limites singulières), ce qui mène à la résolution d'un important problème de géométrie et à diverses inégalités connexes, dont certaines sont nouvelles, d'autres classiques (par exemple, une limite abrupte sur le volume contenu par une superficie donnée). On repense complètement les notions d'inégalités géométriques à l'intérieur de ce cadre unifiant. Par exemple, le travail de M. McCann en collaboration avec Topping a servi à simplifier la preuve de Perelman du Poincaré et des conjectures de géométrisation, la réalisation la plus applaudie en mathématiques du nouveau millénaire.

On a souligné les contributions de M. McCann en lui décernant le prix Monroe H. Martin de la Institute for Physical Science and Technology, de la University of Maryland (2001), le prix CoxeterJames de la Société mathématique du Canada (2005) et en le nommant membre de la Société royale du Canada (2014). Son travail a paru dans pratiquement toutes les meilleures revues internationales, y compris *Acta Mathematica*, *Annals of Mathematics*, *Inventiones Mathematicae*, *Journal of the AMS* et bien d'autres encore.