La Société mathématique du Canada présente

Le Défi ouvert canadien de mathématiques 2026



Remerciements particuliers à notre commanditaire :



CITADEL | CITADEL Securities

Questionnaire officiel du concours

© 2026 Société mathématique du Canada

*Les questions de la **section A** valent 4 points au maximum. Les réponses correctes clairement indiquées obtiennent la note maximale, quel que soit le raisonnement présenté. Des points partiels peuvent être attribués si un raisonnement correct est présenté.*

Question A1 (4 points)

Une table carrée peut asseoir exactement quatre personnes, une de chaque côté de la table. Si l'on aligne 2026 de ces tables en ligne droite, les unes contre les autres, de façon à former une longue table rectangulaire, combien de personnes peuvent s'asseoir autour de la longue table ainsi formée ?

Question A2 (4 points)

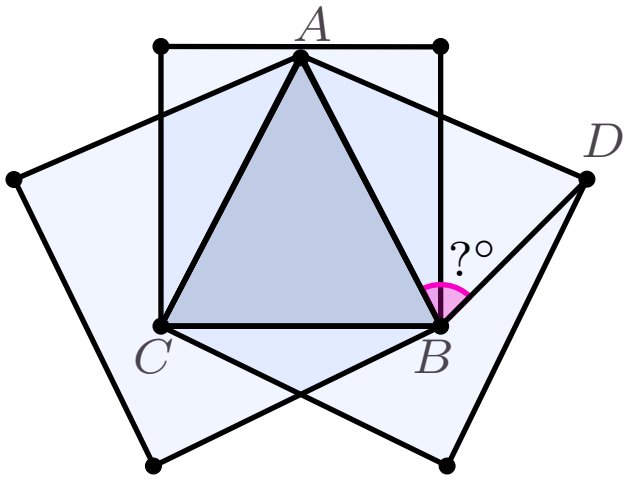
Pour un entier positif $n \geq 2$, on définit $n\dagger$ récursivement comme suit :

- $2\dagger = 2$,
- $(n+1)\dagger = (n+1) \times (n\dagger \div p)$, où p est le plus petit nombre premier qui divise $n\dagger$.

Par exemple, $3\dagger = 3 \times (2\dagger \div 2) = 3$.
Déterminer la valeur de $8\dagger$.

Question A3 (4 points)

Le diagramme ci-dessous montre un triangle équilatéral ABC. Un carré est construit sur chacun de ses côtés comme illustré. Déterminer, en degrés, la mesure de l'angle ABD.



Question A4 (4 points)

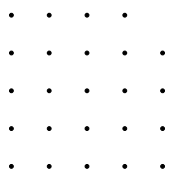
Alice, Barbara et Catherine décident au hasard si elles achèteront de la crème glacée. Chacune d'elles lance une pièce de monnaie équilibrée et marque 0 si elle obtient une face et 1 si elle obtient une pile. Soient a, b et c les valeurs obtenues respectivement par Alice, Barbara et Catherine. Elles

calculent ensuite la valeur de $1-a-b-c+ab+ac+bc-abc$. Si le résultat est nul, elles achèteront de la crème glacée. Quelle est la probabilité qu'elles achèteront de la crème glacée ?

*Les questions de la **section B** valent 6 points au maximum. Les réponses correctes clairement indiquées obtiennent la note maximale, quel que soit le raisonnement présenté. Des points partiels peuvent être attribués si un raisonnement correct est présenté.*

Question B1 (6 points)

Une grille rectangulaire de points de dimension 5×5 est disposée de sorte que deux points adjacents sont distants de 1 unité. Le point situé dans le coin supérieur droit est enlevé, comme illustré dans le diagramme ci-dessous.



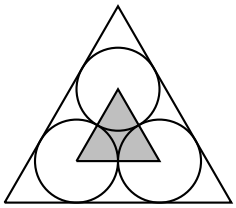
On trace un carré dont les sommets sont des points de la grille dans le diagramme, et l'aire de ce carré est de A unités carrées. Quelle est la **somme** de toutes les valeurs possibles de A ?
(Note : des carrés congruents situés dans des endroits différents ou ayant des orientations différentes ont la même aire A. Cette valeur ne doit être comptée qu'une seule fois dans la somme, quel que soit le nombre de carrés congruents ayant cette aire.)

Question B2 (6 points)

Charlie a résolu plusieurs équations quadratiques de la forme $x^2 - ax + b = 0$, où $0 < b < 20$. Il a remarqué que chacune de ces équations avait deux racines entières positives distinctes. Si aucune racine n'était commune à deux équations, quel est le nombre maximal d'équations que Charlie a pu résoudre ?

Question B3 (6 points)

Trois cercles identiques, tangents deux à deux, sont tracés à l'intérieur d'un triangle équilatéral d'aire 10 unités carrées, de sorte que chaque cercle soit tangent à deux côtés du triangle. Soit T le triangle ayant les centres des trois cercles comme sommets. Déterminer, en unités carrées, l'aire de T.



© 2026 Société mathématique du Canada

Question B4 (6 points)

Un *ensemble N-uple* est un ensemble de $N+1$ entiers positifs distincts tel que, si l'on retire n'importe quel élément de l'ensemble, la somme des éléments restants n'est pas divisible par N. Par exemple, $\{2, 3, 5, 6\}$ est un *ensemble* 3-*uple*, car aucune des sommes $2+3+5$, $2+3+6$, $2+5+6$, $3+5+6$ n'est divisible par 3.

Quelle est la plus petite somme possible des éléments d'un *ensemble* 110-*uple* ?

Les questions de la ***section C*** *valent 10 points au maximum.* ***Tous les calculs doivent être indiqués et doivent être lisibles.***

Question C1 (10 points)

Soit $T_n = 1+2+3+\ldots+n$ le n-ième nombre triangulaire, pour $n \geq 1$. Par exemple, $T_1 = 1$, $T_2 = 1+2 = 3$, $T_3 = 1+2+3 = 6$.

(a) Montrer que $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ pour tout $n \geq 1$.

(b) Montrer que l'expression $2T_nT_{n-1}$ est un nombre triangulaire T_k et exprimer k en fonction de n.

(c) Calculer la somme

$$\sum_{n=1}^{2026} \frac{1}{T_n}.$$

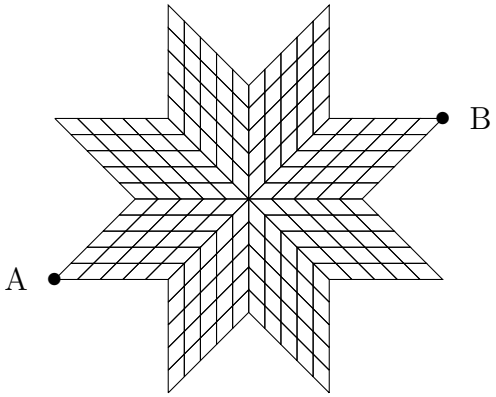
(d) Supposons qu'il existe des nombres réels positifs a, b, c et d tels que

$$\sqrt{aT_n + b} = cn + d$$

pour tout entier positif n. Exprimer a, b, c en fonction de d.

Question C2 (10 points)

L'atrium de la First Nations University of Canada est pavé selon le motif dans le diagramme ci-dessous, appelé le motif de couverture étoilée. Il est constitué de petits losanges dont tous les côtés mesurent exactement 10 cm.
Deux points, notés A et B, sont situés à deux coins du motif comme illustré dans le diagramme.



Supposons qu'un *chemin* sur le motif, allant d'un point de la grille à un autre, ne suive que les arêtes.

(a) Quelle est la longueur du plus court chemin de A à B ?

(b) Combien existe-t-il de plus courts chemins différents de A à B ?

(c) Pour combien de paires de points P et Q de la grille du motif de couverture étoilée existe-t-il un plus court chemin entre P et Q qui passe par le centre du motif ?

Question C3 (10 points)

Considérons un carré $ABCD$ de centre K. Un point P est situé à l'intérieur du segment KB. Soit Q un point du cercle circonscrit au triangle APC, distinct de A, tel que $AC = QC$.

(a) Soit $\angle ACP = \theta$. Exprimer $\angle QAP$ en fonction de θ.

(b) Supposons que $QP = 4$ cm et que $AC = 3$ cm. Déterminer la longueur AP (en cm).

(c) Supposons maintenant que P varie arbitrairement à l'intérieur du segment KB. Soit X le point d'intersection de QP et de AC. Déterminer le lieu géométrique du point X lorsque P varie.

Question C4 (10 points)

Étant donné un ensemble quelconque D et une fonction $f : D \to D$, on dit que f est une *involution* si $f(f(x)) = x$ pour tout $x \in D$.

(a) Montrer que, si une fonction $g : D \to D$ est telle que f et $f \circ g$ sont des involutions, alors $g \circ f$ est également une involution.

(b) Soit $D = \{1, 2, \ldots, 2025\}$, et soit $g : D \to D$ la fonction définie par

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 2025, \\ x + 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Combien d'involutions f sur D sont telles que $f \circ g$ est également une involution ?

(c) Soit $D = \{1, 2, \ldots, 2025\}$, et soit g une fonction de D dans lui-même telle qu'il existe exactement 2025 involutions f pour lesquelles $f \circ g$ est également une involution. Quel est le nombre maximal de points fixes de g, c'est-à-dire de valeurs $x \in D$ telles que $g(x) = x$?

© 2026 Société mathématique du Canada

La SMC tient à remercier :



CITADEL | CITADEL Securities

Jane Street®

The Actuarial Foundation of Canada / La fondation actuarielle du Canada

crowdmark

Ontario

Newfoundland Labrador

New Brunswick / Nouveau Brunswick

Yukon

Manitoba

Maplesoft
Mathematics • Modeling • Simulation

Samuel Beatty Fund
University of Toronto

Partenaires académiques

Brock University
Concordia University
Dalhousie University
MacEwan University
Memorial University
University of Alberta
University of British Columbia
University of Calgary
University of Manitoba
Université du Nouveau-Brunswick
Université d'Ottawa
University of Prince Edward Island
University of Regina
University of Toronto
University of Windsor
Western University
York University