加拿大数学协会举办

2026 加拿大数学公开赛

特别感谢我们的赞助伙伴:

CITADEL | CITADEL Securities

正式竞赛试题册

© 2026 加拿大数学协会

A 部分每题 4 分。无论解答过程如何，明确指出正确最终答案即可获得满分。如果部分解答过程正确，有机会获得部分分数。

问题 A1 (4 分)

一张正方形桌子恰好可以坐四个人，每边一人。若将 2026 张这样的桌子首尾相接，拼成笔直的一排，那么这张拼成的长方形桌子旁一共可以坐多少人？

问题 A2 (4 分)

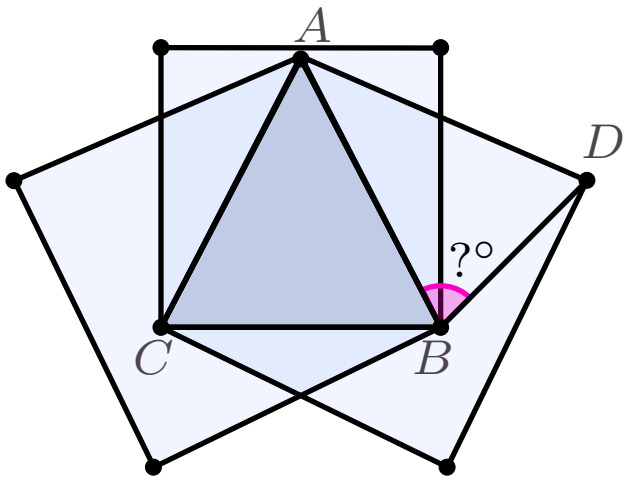
对正整数 $n \geq 2$，递归定义 $n\dagger$ 如下：

- $2\dagger = 2$；
- $(n+1)\dagger = (n+1) \times (n\dagger \div p)$，其中 p 是能整除 $n\dagger$ 的最小质数。

例如，$3\dagger = 3 \times (2\dagger \div 2) = 3$。
求 $8\dagger$ 的值。

问题 A3 (4 分)

如图，按照等边三角形 ABC 的每一条边上都画了一个正方形。求角 ABD 的度数。



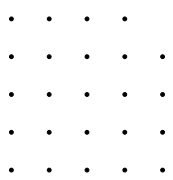
问题 A4 (4 分)

Alice、Barb 和 Cate 用随机方式决定是否买冰淇淋。每人各掷一枚均匀硬币，正面记为 0，反面记为 1。设 Alice、Barb 和 Cate 得到的分数分别为 a, b, c。然后她们计算 $1-a-b-c+ab+ac+bc-abc$。若结果为零，她们就买冰淇淋。此次投掷后她们买冰淇淋的概率是多少？

B 部分每题 6 分。无论解答过程如何，明确指出正确最终答案即可获得满分。如果部分解答过程正确，有机会获得部分分数。

问题 B1 (6 分)

在一个 5×5 的正方形点阵中，相邻两点的距离为 1 个单位。如图所示，右上角的点已被删去。



在图中作一个正方形，其顶点均为点阵中的点；设该正方形的面积为 A 平方单位。求 A 的所有可能取值之和。

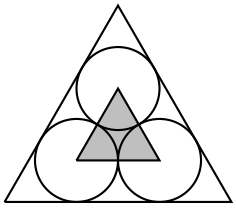
（注意：位于不同位置或方向不同的全等正方形具有相同的面积 A。无论具有这一面积的全等正方形有多少个，在求和时该数值只计一次。）

问题 B2 (6 分)

Waldo 解了若干个形如 $x^2 - ax + b = 0$ 的二次方程，其中 $0 < b < 20$。他发现每个方程都有两个不同的正整数根。若任意两个方程都没有公共根，那么 Waldo 最多解了多少个方程？

问题 B3 (6 分)

在一个面积为 10 平方单位的等边三角形内画三个大小相同且两两相切的圆，每个圆还与该三角形的两条边相切。以三个圆心为顶点组成一个新三角形。求这个新三角形的面积（单位：平方单位）。



© 2026 加拿大数学协会

问题 B4 (6 分)

一个N-重集合是由 $N+1$ 个互不相同的正整数组成的集合，并且删去其中任意一个元素后，其余元素之和都不能被 N 整除。例如，$\{2,3,5,6\}$ 是一个3-重集合，因为以下各和 $2+3+5, 2+3+6, 2+5+6, 3+5+6$ 均不能被 3 整除。
求在一个110-重集合中所有元素之和的最小可能值是多少？

C 部分每题 10 分。
需要提供详细且清楚的解答过程。

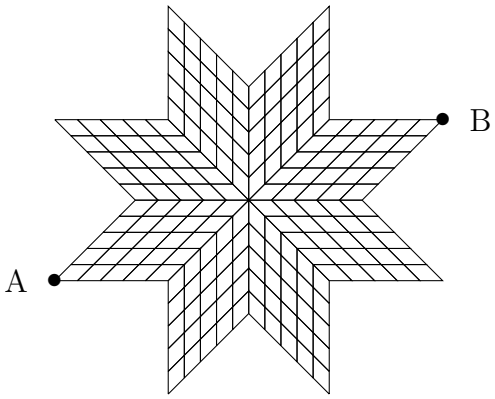
问题 C1 (10 分)

对 $n \geq 1$，令 $T_n = 1+2+3+...+n$ 为第 n 个三角数。例如，$T_1 = 1$，$T_2 = 1+2 = 3$，$T_3 = 1+2+3 = 6$。

1. 证明：对所有 $n \geq 1$，均有 $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$。
2. 证明 $2T_nT_{n-1}$ 是某个三角数 T_k，并用 n 表示 k。
3. 求和 $\sum_{n=1}^{2026} \frac{1}{T_n}$。
4. 假设存在正实数 a, b, c, d，使得对所有正整数 n 都有 $\sqrt{aT_n + b} = cn + d$。用 d 表示 a, b, c。

问题 C2 (10 分)

加拿大第一民族大学的中庭铺有如下图案，称为星毯图案。该图案由小菱形组成，每条边的长度都恰好为 10 cm。
图案的两个角上标有点 A 和点 B。



假设图案中从一个格点到另一个格点的路径只能沿着小菱形的边行进。

(a) 从 A 到 B 的最短路径有多长？

(b) 从 A 到 B 有多少条不同的最短路径？

(c) 在星毯图案中，有多少对格点 P, Q 满足：存在一条从 P 到 Q 且经过图案中心的最短路径？

问题 C3 (10 分)

考虑中心为 K 的正方形 $ABCD$。点 P 位于线段 KB 的内部；点 Q 是 $\triangle APC$ 外接圆上异于 A 的一点，并且满足 $AC = QC$。

1. 设 $\angle ACP = \theta$。用 θ 表示 $\angle QAP$。
2. 若 $QP = 4$ cm 且 $AC = 3$ cm，求 AP 的长度（单位：cm）。
3. 现在假设点 P 在线段 KB 的内部任意移动。设 QP 与 AC 交于点 X。求点 P 移动时点 X 的轨迹。

问题 C4 (10 分)

给定任意集合 D 和函数 $f : D \to D$。若对所有 $x \in D$ 都有 $f(f(x)) = x$，则称 f 为对合。

1. 设函数 $g : D \to D$ 满足 f 和 $f \circ g$ 都是对合。证明 $g \circ f$ 也是对合。
2. 令 $D = \{1, 2, \ldots, 2025\}$，并定义函数 $g : D \to D$ 如下：

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{若 } x = 2025, \\ x + 1 & \text{否则.} \end{cases}$$

   在 D 上有多少个对合 f，使得 $f \circ g$ 也是对合？

3. 令 $D = \{1, 2, \ldots, 2025\}$，并设 g 为从 D 到自身的函数。恰有 2025 个对合 f 使得 $f \circ g$ 也是对合。求 g 的不动点个数的最大值；也就是说，求满足 $g(x) = x$ 的 $x \in D$ 的个数的最大值。

© 2026 加拿大数学协会

CMS 谨此致谢:



CITADEL | CITADEL Securities

Jane Street®

The Actuarial Foundation of Canada | La fondation actuarielle du Canada

crowdmark

Nova Scotia Nouvelle-Écosse

Manitoba

New Brunswick | Nouveau Brunswick

Newfoundland Labrador

Ontario

Yukon Canada

Maplesoft Mathematics • Modeling • Simulation

Samuel Beatty Fund University of Toronto

学术合作伙伴

Brock University
Concordia University
Dalhousie University
MacEwan University
Memorial University
University of Alberta
University of British Columbia
University of Calgary
University of Manitoba
University of New Brunswick
University of Ottawa
University of Prince Edward Island
University of Regina
University of Toronto
University of Windsor
Western University
York University