THE CONTEST CORNER

No. 4

Shawn Godin

The Contest Corner *est une nouvelle rubrique offerte pas* ***Crux Mathematicorum****, comblant ainsi le vide suite à la mutation en 2013 de* Mathematical Mayhem *et* Skoliad *vers une nouvelle revue en ligne. Il s'agira d'un amalgame de* Skoliad, The Olympiad Corner *et l'ancien* Academy Corner *d'il y a plusieurs années. Les problèmes en vedette seront tirés de concours destinés aux écoles secondaires et au premier cycle universitaire ; les lecteurs seront invités à soumettre leurs solutions ; ces solutions commenceront à paraître au prochain numéro.*

Les solutions peuvent être envoyées à : Shawn Godin, Cairine Wilson S.S., 975 Orleans Blvd., Orleans, ON, CANADA, K1C 2Z5 *ou par couriel à* `crux-contest@cms.math.ca`.

Toutes solutions aux problèmes dans ce numéro doivent nous parvenir au plus tard le **1 octobre 2013**.

Chaque problème sera publié dans les deux langues officielles du Canada (anglais et français). Dans les numéros 1, 3, 5, 7 et 9, l'anglais précédera le français, et dans les numéros 2, 4, 6, 8 et 10, le français précédera l'anglais. Dans la section des solutions, le problème sera publié dans la langue de la principale solution présentée.

La rédaction souhaite remercier Rolland Gaudet, de Université de Saint-Boniface, Winnipeg, MB, d'avoir traduit les problèmes.

CC16. Dans un carré magique, les nombres dans chaque rangée, les nombres dans chaque colonne et les nombres dans chaque diagonale donnent des sommes égales. Étant donné le carré magique ci-joint avec $a, b, c, x, y, z > 0$, déterminer le produit xyz en termes de a, b et c.

$\log a$	$\log b$	$\log x$
p	$\log y$	$\log c$
$\log z$	q	r

CC17. Une droite de pente m rencontre la parabole $y = x^2$ en A et B. Si la longueur du segment AB est ℓ quelle est l'équation de la droite en termes de ℓ et m ?

CC18. L'extrémité à gauche d'un élastique de longueur e mèters est attachée à un mur et un enfant malin tient l'extrémité droite. Une fourmi minuscule se trouve à l'extrémité gauche de l'élastique au temps $t = 0$, au moment où elle commence à marcher vers l'extrémité droite, en même temps que l'enfant commence à étirer l'élastique. La fourmi, de plus en plus fatiguée, marche à une vitesse de $1/(ln(t+e))$ centimètres à la seconde, tandis que l'enfant étire l'élastique à une vitesse constante de un mètre à la seconde. L'élastique est infiniment étirable ; la fourmi et l'enfant sont immortels. Calculer le temps en secondes pour que la fourmi atteigne l'extrémité droite de l'élastique, si ce temps existe.

Copyright © Canadian Mathematical Society, 2013

CC19. Évaluer

$$\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{5+\frac{1}{\cdots+\frac{1}{2013}}}}}}+\frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{\cdots+\frac{1}{2013}}}}}}.$$

CC20. Le Club mathématique organise une “soirée dansante (M, N)”. Toute danse est soit lente, soit rapide. Le disk-jockey a reçu les instructions suivantes : la M^{e} danse après une danse rapide doit obligatoirement être une danse lente, tandis que la N^{e} danse après une danse lente doit obligatoirement être une danse rapide. Pour certaines valeurs de M et N ceci veut dire que la soirée dansante doit terminer tôt, tandis que pour d'autres valeurs de M et N la soirée dansante peut en principe ne jamais avoir de fin. Pour quelles paires ordonnées (M, N) n'y a-t-il aucune borne supérieure pour le nombre de danses ?

. . . .

CC16. In a magic square, the numbers in each row, the numbers in each column, and the numbers on each diagonal have the same sum. Given the magic square shown with $a, b, c, x, y, z > 0$, determine the product xyz in terms of a, b and c.

$\log a$	$\log b$	$\log x$
p	$\log y$	$\log c$
$\log z$	q	r

CC17. A line with slope m meets the parabola $y = x^2$ at A and B. If the length of segment AB is ℓ what is the equation of that line in terms of ℓ and m?

CC18. The left end of a rubber band e meters long is attached to a wall and a slightly sadistic child holds on to the right end. A point-sized ant is located at the left end of the rubber band at time $t = 0$, when it begins walking to the right along the rubber band as the child begins stretching it. The increasingly tired ant walks at a rate of $1/(ln(t + e))$ centimeters per second, while the child uniformly stretches the rubber band at a rate of one meter per second. The rubber band is infinitely stretchable and the ant and child are immortal. Compute the time in seconds, if it exists, at which the ant reaches the right end of the rubber band.

CC19. Evaluate

$$\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{5+\frac{1}{\cdots+\frac{1}{2013}}}}}}+\frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{\cdots+\frac{1}{2013}}}}}}.$$

CC20. When the Math Club advertises an “(M, N) sock hop”, this means that the DJ has been instructed that the M^{th} dance after a fast dance must be a slow dance, while the N^{th} dance after a slow dance must be a fast dance. (All dances are slow or fast; the DJ avoids the embarrassing ones where nobody is quite sure what to do.) For some values of M and N this means that the dancing must end early and everybody can start in on the pizza; for other values the dancing can in principle go on forever. For which ordered pairs (M, N) is there no upper bound to the number of dances?