MATHEMATICAL MAYHEM

Mathematical Mayhem began in 1988 as **a Mathematical Journal for and by High School and University Students**. It continues, with the same emphasis, as an integral part of ***Crux Mathematicorum with Mathematical Mayhem***.

The Mayhem Editor is Ian VanderBurgh (University of Waterloo). The other staff members are Monika Khbeis (Our Lady of Mt. Carmel Secondary School, Mississauga, ON) and Eric Robert (Leo Hayes High School, Fredericton, NB).

Mayhem Problems

Veuillez nous transmettre vos solutions aux problèmes du présent numéro avant le **15 juin 2010**. *Les solutions reçues après cette date ne seront prises en compte que s'il nous reste du temps avant la publication des solutions.*

Chaque problème sera publié dans les deux langues officielles du Canada (anglais et français). Dans les numéros 1, 3, 5 et 7, l'anglais précédera le français, et dans les numéros 2, 4, 6 et 8, le français précédera l'anglais.

La rédaction souhaite remercier Jean-Marc Terrier, de l'Université de Montréal, d'avoir traduit les problèmes.

M426. *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

Déterminer le nombre d'entiers positifs plus petits ou égaux à $1\,000\,000$ et qui soient divisibles par tous les entiers 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

M427. *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

Dans un demi-cercle de diamètre AB, on dessine un triangle équilatéral ABC. Trouver l'aire de la région comprise à l'intérieur du triangle mais à l'extérieur du demi-cercle.

M428. *Proposed by Neculai Stanciu, École secondaire George Emil Palade, Buzău, Roumanie.*

Trouver tous les entiers x pour lesquels on a

$$(4-x)^{4-x} + (3-x)^{3-x} + 20 \;=\; 4^x + 3^x\,.$$

M429. *Proposé par Samuel Gómez Moreno, Université de Jaén, Jaén, Espagne.*

Trouver tous les triplets (a, b, c) d'entiers positifs, avec $a^{(b^c)} = \left(a^b\right)^c$.

M430. *Proposé par Edward T.H. Wang, Université Wilfrid Laurier, Waterloo, ON.*

Soit p_n le n^{e} nombre premier. Montrer que $p_n > 3n$ pour tous les $n \geq 12$.

M431. *Proposé par Shailesh Shirali, École Rishi Valley, Inde.*

Dans un triangle acutangle ABC, soit D le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur BC, E le pied de la perpendiculaire abaissée de D sur AC. Soit F un point sur le segment DE tel que $\frac{DF}{FE} = \frac{\cot C}{\cot B}$. Montrer que AF et BE sont perpendiculaires.

. . . . . .

M426. *Proposed by the Mayhem Staff.*

Determine the number of positive integers less than or equal to $1\,000\,000$ that are divisible by all of the integers 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, and 10.

M427. *Proposed by the Mayhem Staff.*

A semicircle has diameter AB. Equilateral triangle ABC is drawn on the same side of AB as the semicircle. Determine the area of the region that lies inside the triangle and outside the semicircle.

M428. *Proposed by Neculai Stanciu, George Emil Palade Secondary School, Buzău, Romania.*

Determine all integers x for which

$$(4-x)^{4-x} + (3-x)^{3-x} + 20 \;=\; 4^x + 3^x\,.$$

M429. *Proposed by Samuel Gómez Moreno, Universidad de Jaén, Jaén, Spain.*

Determine all triples (a, b, c) of positive integers with $a^{(b^c)} = \left(a^b\right)^c$.

M430. *Proposed by Edward T.H. Wang, Wilfrid Laurier University, Waterloo, ON.*

Let p_n be the nth prime number. Prove that $p_n > 3n$ for all $n \geq 12$.

M431. *Proposed by Shailesh Shirali, Rishi Valley School, India.*

In acute triangle ABC, the foot of the perpendicular from A to BC is D, and the foot of the perpendicular from D to AC is E. Point F is located on line segment DE such that $\frac{DF}{FE} = \frac{\cot C}{\cot B}$. Prove that AF and BE are perpendicular.