

# MATHEMATICAL MAYHEM

Mathematical Mayhem began in 1988 as a **Mathematical Journal for and by High School and University Students**. It continues, with the same emphasis, as an integral part of ***Crux Mathematicorum with Mathematical Mayhem***.

The Mayhem Editor is Ian VanderBurgh (University of Waterloo). The other staff members are Monika Khbeis (Ascension of Our Lord Secondary School, Mississauga) and Eric Robert (Leo Hayes High School, Fredericton).

---

## Mayhem Problems

*Veillez nous transmettre vos solutions aux problèmes du présent numéro avant le 15 juin 2009. Les solutions reçues après cette date ne seront prises en compte que s'il nous reste du temps avant la publication des solutions.*

*Chaque problème sera publié dans les deux langues officielles du Canada (anglais et français). Dans les numéros 1, 3, 5 et 7, l'anglais précédera le français, et dans les numéros 2, 4, 6 et 8, le français précédera l'anglais.*

*La rédaction souhaite remercier Jean-Marc Terrier, de l'Université de Montréal, d'avoir traduit les problèmes.*

---

**M382.** *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

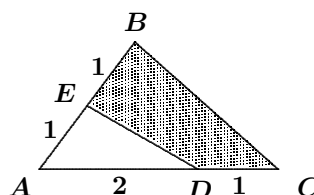
Déterminer toutes les paires  $(x, y)$  d'entiers tels que  $4x^2 - y^2 = 480$ .

**M383.** *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

Dans un rectangle  $ABCD$ ,  $P$  est sur  $BC$  et  $Q$  est sur  $DC$  de sorte que  $BP = 1$ ,  $AP = PQ = 2$  et l'angle  $APQ = 90^\circ$ . Déterminer la longueur de  $QD$ .

**M384.** *Proposé par Kunal Singh, étudiant, Kendriya Vidyalaya School, Shillong, Inde.*

Dans la figure ci-contre, le point  $E$  est sur  $AB$  et le point  $D$  est sur  $AC$  de sorte que  $AE = EB = DC = 1$  et  $AD = 2$ . Déterminer le rapport de l'aire du quadrilatère  $BCDE$  à celle du triangle  $ABC$ .



**M385.** *Proposé par Mihály Bencze, Brasov, Roumanie.*

En base 10, l'entier  $N = 1 \dots 114 \dots 44$  commence avec 2009 chiffres 1 consécutifs suivis de 4018 chiffres 4 consécutifs. Montrer que  $N$  n'est pas un carré parfait.

**M386.** *Proposé par Neculai Stanciu, École Technique Supérieure de Saint Mucenic Sava, Berca, Roumanie.*

Déterminer tous les nombres réels  $x$  pour lesquels

$$\sqrt{2 + 4x - 2x^2} + \sqrt{6 + 6x - 3x^2} = x^2 - 2x + 6.$$

**M387.** *Proposé par John Grant McLoughlin, Université du Nouveau-Brunswick, Fredericton, NB.*

On peut mesurer la température en degrés Fahrenheit ( $F$ ) ou en degrés Celsius ( $C$ ). Les deux échelles sont reliées par la formule  $F = 1.8C + 32$ . Lorsqu'on convertit en Fahrenheit une température exprimée en Celsius par un nombre de deux chiffres, on constate parfois que, une fois les Fahrenheit arrondis à l'entier le plus proche, les chiffres des dizaines et des unités ont été permutés. Trouver toutes les valeurs entières de deux chiffres en  $C$  pour lesquelles ceci arrive.

.....

**M382.** *Proposed by the Mayhem Staff.*

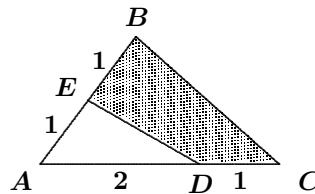
Determine all pairs  $(x, y)$  of integers for which  $4x^2 - y^2 = 480$ .

**M383.** *Proposed by the Mayhem Staff.*

In rectangle  $ABCD$ ,  $P$  is on side  $BC$  and  $Q$  is on side  $DC$  so that  $BP = 1$ ,  $AP = PQ = 2$  and  $\angle APQ = 90^\circ$ . Determine the length of  $QD$ .

**M384.** *Proposed by Kunal Singh, student, Kendriya Vidyalaya School, Shillong, India.*

In the diagram at right, the point  $E$  is on  $AB$  and the point  $D$  is on  $AC$  such that  $AE = EB = DC = 1$  and  $AD = 2$ . Determine the ratio of the area of quadrilateral  $BCDE$  to the area of triangle  $ABC$ .



**M385.** *Proposed by Mihály Bencze, Brasov, Romania.*

The base 10 integer  $N = 1 \dots 114 \dots 44$  starts off with 2009 consecutive digits 1 followed by 4018 consecutive digits 4. Prove that  $N$  is not a perfect square.

**M386.** *Proposed by Neculai Stanciu, Saint Mucenic Sava Technological High School, Berca, Romania.*

Determine all real numbers  $x$  for which

$$\sqrt{2 + 4x - 2x^2} + \sqrt{6 + 6x - 3x^2} = x^2 - 2x + 6.$$

**M387.** *Proposed by John Grant McLoughlin, University of New Brunswick, Fredericton, NB.*

Temperature can be measured in degrees Fahrenheit ( $F$ ) or in degrees Celsius ( $C$ ). The two scales are related by the formula  $F = 1.8C + 32$ . When a two-digit integer degree temperature in Celsius is converted to Fahrenheit and rounded to the nearest integer degree, it turns out the ones and tens digits of the original Celsius temperature  $C$  sometimes switch places to give the rounded Fahrenheit equivalent. Find all two-digit integer values of  $C$  for which this occurs.

---

## Mayhem Solutions

**M344.** *Proposed by the Mayhem Staff.*

Consider the square array

1	2	3
4	5	6
7	8	9

formed by listing the numbers 1 to 9 in order in consecutive rows. The sum of the integers on each diagonal is 15. If a similar array is constructed using the integers 1 to 10 000, what is the sum of the numbers on each diagonal?

*Solution by José Hernández Santiago, student, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca, Mexico, modified by the editor.*

Let  $S_1$  represent the sum of the integers on the diagonal that runs from top left to bottom right. Let  $S_2$  represent the sum of the integers on the diagonal that runs from top right to bottom left.

Our array is 100 by 100. When we move one column to the right in the same row, the number increases by 1; when we move one column to the left in the same row, the number decreases by 1. When we move one row down in the same column, the number increases by 100.

On the top left to bottom right diagonal, each number is one column to the right and one row down, so is  $1 + 100 = 101$  greater than the previous