

## Mayhem Problems

Veillez nous transmettre vos solutions aux problèmes du présent numéro avant le **premier juin 2008**. Les solutions reçues après cette date ne seront prises en compte que s'il nous reste du temps avant la publication des solutions.

Chaque problème sera publié dans les deux langues officielles du Canada (anglais et français). Dans les numéros 1, 3, 5 et 7, l'anglais précédera le français, et dans les numéros 2, 4, 6 et 8, le français précédera l'anglais.

La rédaction souhaite remercier Jean-Marc Terrier, de l'Université de Montréal, d'avoir traduit les problèmes.

**M332.** *Proposé par Dionne Bailey, Elsie Campbell, et Charles R. Diminnie, Angelo State University, San Angelo, TX, É-U.*

Le rayon et la longueur d'un cylindre circulaire droit fermé sont mesurés par des entiers. La valeur de son volume est quatre fois celle de sa surface totale (extrémités comprises). Trouver le plus petit volume possible pour ce cylindre.

**M333.** *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

Anne et Berthe jouent un jeu avec un tas de  $n$  allumettes. Elles jouent à tour de rôle et c'est Anne qui commence. Chacune doit enlever soit une, trois ou six allumettes. Celle qui enlève la dernière allumette a gagné. Pour quelles valeurs de  $n$ , entre 36 et 40, Berthe a-t-elle une stratégie gagnante ?

**M334.** *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

- (a) Trouver tous les entiers  $x$  pour lesquels  $\frac{x-3}{3x-2}$  est un entier.
- (b) Trouver tous les entiers  $y$  pour lesquels  $\frac{3y^3+3}{3y^2+y-2}$  est un entier.

**M335.** *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

Dans une suite de quatre nombres, le second est le double du premier. On a aussi que la somme du premier et du quatrième nombre est 9, la somme du deuxième et du troisième est 7, et la somme des carrés des quatre nombres est 78. Trouver toutes les suites ayant ces propriétés.

**M336.** *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

Un point réseau est un point  $(x, y)$  du plan dont les coordonnées  $x$  et  $y$  sont des entiers. Soit  $n$  un entier positif. Trouver le nombre de points réseau à l'intérieur de la région  $|x| + |y| \leq n$ .

**M337.** *Proposé par l'Équipe de Mayhem.*

Sur les côtés  $AB$  et  $CD$  d'un rectangle  $ABCD$  avec  $AD < AB$ , on choisit les points  $F$  et  $E$  de sorte que  $AFCE$  soit un losange.

- (a) Si  $AB = 16$  et  $BC = 12$ , déterminer  $EF$ .
- (b) Si  $AB = x$  et  $BC = y$ , déterminer  $EF$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

.....

**M332.** *Proposed by Dionne Bailey, Elsie Campbell, and Charles R. Diminnie, Angelo State University, San Angelo, TX, USA.*

A closed right circular cylinder has an integer radius and an integer height. The numerical value of the volume is four times the numerical value of its total surface area (including its top and bottom). Determine the smallest possible volume for the cylinder.

**M333.** *Proposed by the Mayhem Staff.*

Anne and Brenda play a game which begins with a pile of  $n$  toothpicks. They alternate turns with Anne going first. On each player's turn, she must remove 1, 3, or 6 toothpicks from the pile. The player who removes the last toothpick wins the game. For which of the values of  $n$  from 36 to 40 inclusive does Brenda have a winning strategy?

**M334.** *Proposed by the Mayhem Staff.*

- (a) Determine all integers  $x$  for which  $\frac{x-3}{3x-2}$  is an integer.
- (b) Determine all integers  $y$  for which  $\frac{3y^3+3}{3y^2+y-2}$  is an integer.

**M335.** *Proposed by the Mayhem staff.*

In a sequence of four numbers, the second number is twice the first number. Also, the sum of the first and fourth numbers is 9, the sum of the second and third is 7, and the sum of the squares of the four numbers is 78. Determine all such sequences.

**M336.** *Proposed by the Mayhem Staff.*

A lattice point is a point  $(x, y)$  in the coordinate plane with each of  $x$  and  $y$  an integer. Suppose that  $n$  is a positive integer. Determine the number of lattice points inside the region  $|x| + |y| \leq n$ .

**M337.** *Proposed by the Mayhem Staff.*

On sides  $AB$  and  $CD$  of rectangle  $ABCD$  with  $AD < AB$ , points  $F$  and  $E$  are chosen so that  $AFC E$  is a rhombus.

- (a) If  $AB = 16$  and  $BC = 12$ , determine  $EF$ .
- (b) If  $AB = x$  and  $BC = y$ , determine  $EF$  in terms of  $x$  and  $y$ .