

Problèmes Mayhem

Pour être admissibles au présent DÉFI MAYHEM, les solutions doivent avoir été postées avant le 1er avril 2003, cachet de la poste faisant foi. À chaque problème présenté devra être annexée une fiche de renseignements de l'élève.

M69. *Proposé par l'Equipe de Mayhem.*

Une suite numérique est formée en écrivant les chiffres des entiers naturels dans le même ordre qu'ils apparaissent dans les entiers. Les premiers termes de cette suite sont alors :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, ...

Quel est le 2002^{ième} terme dans la suite ?

M70. *Proposé par l'Equipe de Mayhem.*

Quel est le plus petit multiple positif de 15 qui est formé uniquement par les chiffres 0, 4 et 7, chacun apparaissant le même nombre de fois ?

M71. *Proposé par Richard Hoshino, Université Dalhousie, Halifax, Nouvelle Ecosse.*

Soit a , b et c trois nombres premiers et posons $x = a + b - c$, $y = a + c - b$ et $z = b + c - a$. Sachant que $x^2 = y$ et que $\sqrt{z} - \sqrt{y}$ est le carré d'un nombre premier, déterminer toutes les valeurs possibles pour le produit abc .

M72. *Proposé par J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.*

Vous avez une tasse de café et une tasse de thé. Les tasses sont identiques et chacune contient la même quantité de liquide que l'autre. Vous prenez une cuillère de café de la tasse de café et la mettez dans la tasse de thé. Vous prenez ensuite une cuillère du mélange de la tasse de thé et vous la mettez dans la tasse de café. Comparer les quantités suivantes :

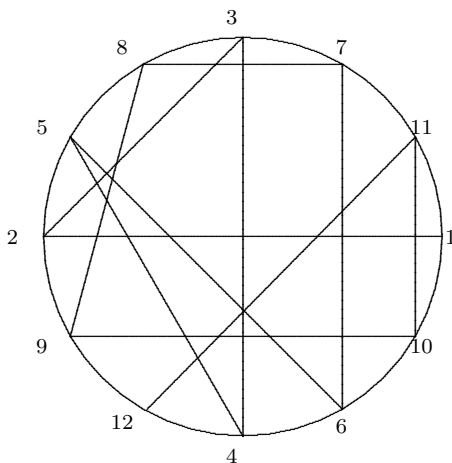
- la quantité de café dans la tasse de thé
- la quantité de thé dans la tasse de café

M73. *Proposé par J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.*

Un cylindre droit de rayon r et de hauteur h contient du liquide jusqu'à x du haut du cylindre. Trouver l'angle d'inclinaison du cylindre afin que le liquide commence à être versé. (On suppose qu'il y a suffisamment de liquide afin que la surface du liquide n'intersecte pas le fond du cylindre avant que le liquide commence à être versé.)

M74. *Proposé par l'Equipe de Mayhem.*

12 points sont également espacés sur la circonférence d'un cercle. De combien de façons peut-on associer les entiers de 1 à 12 à ces 12 points de telle manière que lorsqu'on rejoint ces points par les lignes droites, en ordre, ces droites ne sont pas concourantes ? Un exemple d'un **mauvais** arrangement est illustré ci-dessous.



M75. *Proposé par l'Equipe de Mayhem.*

Les termes de la suite croissante 1, 5, 6, 25, 26, 30, 31, 125, 126, ... sont obtenus en ajoutant des puissances distinctes de 5. Quel est le 75^{ième} terme de cette suite ?