Problèmes Mayhem

Pour être admissibles au présent DÉFI MAYHEM, les solutions doivent avoir été postées *avant le* **1er f'evrier 2003, cachet de la poste faisant foi. À chaque problème présenté devra être annexée une fiche de renseignements de l'élève.**

M57. Proposé par J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.

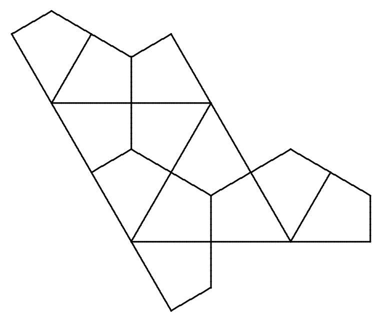
Quatre points sont egalement espacés autour d'un cercle ayant un radius r. Le cercle est donc divisé par 4 arcs égaux. Renversez les arcs en laissant le point du bout en place. Trouvez l'aire de la figure ainsi obtenue.

M58. Proposé par l'équipe de Mayhem.

Trouvez tous les entiers positifs x et y qui satisfont l'équation $x^y = y^x$.

M59. Proposé par Izidor Hafner, Tržaška 25, Ljubljana, Slovenia.

Le diagramme ci-dessous représente le développement d'un polyèdre sur un plan. Les faces du solide sont divisées en polygones plus petits. Le problème consiste à colorer les polygones (ou á les numéroter) de telle sorte que chaque face du solide original soit d'une couleur différente.



M60. Proposé par Mihàly Bencze, Brasov, Romania

Déterminez tous les entiers positifs dont $\left\lfloor \sum_{k=1}^{n} \sqrt{k} \right\rfloor = n$, et que $\lfloor x \rfloor$ est le plus grand entier plus petit ou égal à x.

M61. Proposé par l'équipe de Mayhem.

On vous donne 54 poids qui pèsent 1^2, 2^2, 3^2, $\ldots$, 54^2. Regroupez ceux-ci en trois groupes de poids égales.

M62. Proposé par Richard Hoshino, Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia.

Disons que $ABCD$ est un trapezoid dont les cotés AB et CD sont parallèles et que les diagonals AC et BC se croisent au point P. Supposons que $AB = 50$, $CD = 160$, et l'aire du triangle PAD est 2000. Trouvez l'aire du trapezoid.