Problèmes Mayhem

Pour être admissibles au présent DÉFI MAYHEM, les solutions doivent avoir été postées *avant le* **1er janvier 2003, cachet de la poste faisant foi. À chaque problème présenté devra être annexée une fiche de renseignements de l'élève.**

M51. Proposé par l'équipe de Mayhem.

Sur une pile de cartes numérotées de 1 à 25, on effectue les opérations suivantes:

- on place la carte du dessus en-dessous de la pile.
- on place la nouvelle carte du dessus en-dessous de la pile.
- on retourne la nouvelle carte du dessus et on la pose sur la table.

On continue ainsi de suite jusqu'à ce que toutes les cartes soient retournées sur la table. Trouver l'ordre des cartes dans la pile si, une fois le processus terminé, les cartes qu'on a retournées sont dans l'ordre 1, 2, 3, $\ldots$, 25.

M52. Proposé par J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.

On a deux pièces de monnaie. L'une est une pièce d'un dollar normale et l'autre une fausse pièce d'un dollar, avec deux faces. On jette au hasard chacune des pièces dans deux tiroirs différents. Quelqu'un entre dans la chambre et ouvre un des tiroirs et aperçoît une pièce, côté face. Quelle est la probabilité que cette pièce soit celle à deux faces ?

M53. Proposé par l'équipe de Mayhem.

Un sentier circulaire est entouré de 17 marches numérotées 0, 1, 2, $\ldots$, 16. Sophie commence sur la marche 0 et fait 1 pas jusqu'à la marche 1, puis 4 pas jusqu'à la marche 5, puis 9 pas jusqu'à la marche 14 et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'elle se déplace de 2002^2 pas et s'arrête (pour se reposer). Quel est le numéro de la marche sur laquelle Sophie se repose?

M54. Proposé par Gary Tupper, Pedagoguery Software Inc.

Une ellipse de grand axe AB et de foyers F et F' est inscrite dans un cercle de diamètre AB et de centre C. Soit P un point sur l'ellipse et D un point sur le cercle de sorte que le rayon CD coupe FP en son milieu. Montrer que la droite DP est tangente à l'ellipse.

Pedagoguery Software a offert une copie de leur logiciel GrafEq *à l'auteur de la première solution correcte reçue par l'éditeur des problèmes du MAYHEM.*

M55. Proposé par l'équipe de Mayhem.

Trouver la somme des 2002 premiers termes de la suite suivante

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots.$$

M56. Proposé par Vedula N Murty, Dover, PA, USA.

Démontrer l'identité

$$\Big(\sum \sin A\Big)^2 - \Big(1 + \sum \cos A\Big)^2 \;=\; 4\cos A \cos B \cos C\,,$$

où les sommes sont cycliques et $A + B + C = \pi$.