

Problèmes Mayhem

Pour être admissibles au DÉFI MAYHEM de mars 2002, les solutions doivent avoir été postées avant le 1er juillet 2002, cachet de la poste faisant foi. À chaque problème présenté devra être annexée une fiche de renseignements de l'élève.

M34. *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

Les nombres 1 à 2002 sont écrits au tableau noir et l'on décide de jouer au jeu suivant :

On lance une pièce de monnaie et on efface deux nombres x et y du tableau. Si l'on tombe sur pile, on écrit $x + y$ au tableau, sinon on écrit $|x - y|$; on continue le processus jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un nombre. Montrer que ce dernier nombre est impair.

M35. *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

On définit deux suites par $x_1 = 4732$, $y_1 = 847$, $x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}$ and $y_{n+1} = \frac{2x_n y_n}{x_n + y_n}$. Trouver

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n.$$

M36. *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

Dans un triangle ABC , soit AM la médiane issue du sommet A . Montrer que $AM \leq \frac{AB+AC}{2}$.

M37. *Proposé par J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.*

Trouver deux entiers positifs différents, plus petits que 100, et tels que la somme des chiffres des deux entiers soit égale au plus grand et que produit de leurs chiffres soit égal au plus petit.

M38. *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

Trouver toutes les valeurs de n telles que $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ soit un carré parfait.